BSMAT - S401

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER - 2021

(Fourth Semester) (CBCS Pattern)

MATHEMATICS

Real Analysis

(w.e.f. 2015-16 Admitted Batch)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A (5 × 5 = 25)

Answer any **Five** of the following

1. Show that $\lim \sqrt[n]{n} = 1$.

$\lim \sqrt[n]{n} = 1$ అని చూపండి.

2. If $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$, prove that $\{S_n\}$ is convergent.

$S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ అయితే, $\{S_n\}$ అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని నిరూపించండి.

3. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{n!}$.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{n!}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. Prove that $f(x)=x\sin\frac{1}{x}$ if $x\neq 0$ and $f(0)=0$ is continuous at $x=0$.

$f(x)=x\sin\frac{1}{x}$, $x\neq 0$ మరియు $f(0)=0$ ప్రమేయం $x=0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

5. If $f:[a,b]\to R$ is derivable at $c\in[a,b]$, then prove that f is continuous at c.

$f:[a,b]\to R$ ప్రమేయము $c\in[a,b]$ వద్ద అవకలనీయమైతే f ప్రమేయం 'c' వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అని నిరూపించండి.

6. Discuss the applicability of Rolle's theorem for

$f(x)=x^3-6x^2+11x-6; a=1, b=3$

$f(x)=x^3-6x^2+11x-6; a=1, b=3$ కు రోలె సిద్ధాంత ప్రయోగాన్ని పరిశీలించండి.

7. If $f(x)=\int_0^x\sqrt{t+t^6}\,dt\ \forall x>0$, find $f'(2)$.

$f(x)=\int_0^x\sqrt{t+t^6}\,dt\ \forall x>0$ అయితే, $f'(2)$ ను కనుక్కోండి.

8. Evaluate $\int_0^{\pi/4}(\sec^4 x-\tan^4 x)dx$.

$\int_0^{\pi/4}(\sec^4 x-\tan^4 x)dx$ ను సాధించండి.

SECTION - B

(5 × 10 = 50)

Answer any **Five** of the following

9. a) Show that $\lim \sqrt{\left(\frac{n+1}{n}\right)} = 1$

$\lim \sqrt{\left(\frac{n+1}{n}\right)} = 1$ అని చూపండి.

b) Prove that $S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ is convergent.

$S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ అభిసరిస్తుందని నిరూపించండి.

OR

10. State and prove Cauchy's general principle of convergence of the sequences.

అనుక్రమం అభిసరణకు కోషీ సార్వత్రిక సూత్రమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

11. State and prove D'Alembert's Test.

డి అలంబర్ట్ పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

12. Prove that $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\frac{1}{n}$ is not absolutely convergent.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\frac{1}{n}$ శ్రేణి సంపూర్ణాభిసరణం కాదని నిరూపించండి.

13. If $f : [a,b] \to R$ is continuous on $[a, b]$, then prove that f is bounded on $[a, b]$.

$f : [a,b] \to R$ ప్రమేయం $[a, b]$లో అవిచ్ఛిన్నమైతే $[a, b]$లో f పరిబద్ధం అని చూపండి.

OR

14. Examine the continuity of f defined by

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{1+x^n e^x}\ \forall x\geq 0.$$

$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{1+x^n e^x}\ \forall x\geq 0$ గా నిర్వచింపబడిన f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి

15. Using Lagrange's theorem, show that

$$x>\log(1+x)>\frac{x}{1+x} \text{ if } f(x)=\log(1+x)\forall x>0.$$

లెగ్రాంజి సిద్ధాంతమునుపయోగించి $f(x)=\log(1+x)\forall x>0$ కు

$x>\log(1+x)>\frac{x}{1+x}$ అని చూపండి

OR

16. State and prove Cauchy's Mean value theorem.
కోషిమధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి

17. Prove that $f(x) = \sin x$ is integrable on $[0,\pi/2]$ and $\int_0^{\pi/2}\sin x\,dx=1$.

$[0,\pi/2]$ మీద $f(x)=\sin x$ సమాకలనీయమనీ మరియు $\int_0^{\pi/2}\sin x\,dx=1$ అని చూపండి

OR

18. State and prove fundamental theorem of Integral calculus.
సమాకలన మూల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి

***

[Total No. of Pages : 7

BSMAT - S401

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL - 2020

Fourth Semester (CBCS Pattern)

MATHEMATICS

Real Analysis

(w.e.f. 2015-2016 Admitted Batch)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A (5 × 5 = 25)

Answer any five of the following.

1. Using Sandwich theorem, prove that $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin n}{n} = 0$.

   శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin n}{n} = 0$ అని నిరూపించండి.

2. If the sequence $\{S_n\}$ is convergent, then prove that $\{S_n\}$ is a Cauchy Sequence.

   $\{S_n\}$ అభిసరించే అనుక్రమం అయితే $\{S_n\}$ కోషి అనుక్రమం అవుతుందని నిరూపించండి

3. Test for Convergence $\sum\left(\frac{n+1}{2n+5}\right)^n$.

$\sum\left(\frac{n+1}{2n+5}\right)^n$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. Discuss the continuity of $f(x)=\frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}$ when $x \neq 0$ and $f(0)=0$ at the origin.

$f(x)=\frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}, x\neq 0$ మరియు $f(0)=0$ ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను మూలబిందువు వద్ద చర్చించండి.

5. Show that $f(x)=x\sin\frac{1}{x}, x\neq 0; f(x)=0, x=0$ is continuous but not derivable at $x=0$.

$f(x)=x\sin\frac{1}{x}, x\neq 0; f(x)=0, x=0$ ప్రమేయం వద్ద $x=0$ ప్రమేయం అవిచ్ఛిన్నం అవుతుంది కాని అవకలనీయం కాదు.

BSMAT - S401

Examine the applicability of Rolle's theorem for $f(x) = 1 - (x-1)^{2/3}$ on $[0, 2]$.

$[0, 2]$లో $f(x) = 1 - (x-1)^{2/3}$ ప్రమేయానికి రోలె సిద్ధాంత ప్రయోగాన్ని పరిశీలించండి.

7. Show that $\int_0^1 x^4\,dx = \frac{1}{5}$.

$\int_0^1 x^4\,dx = \frac{1}{5}$ అని చూపండి.

8. Show that $\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\frac{n}{n^2+r^2}=\frac{\pi}{4}$.

$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\frac{n}{n^2+r^2}=\frac{\pi}{4}$ అని చూపండి.

SECTION - B

(5 × 10 = 50)

Answer any five of the following.

9. State and prove Bolzano - Weierstrass Theorem.

బోల్జానో-వియర్‌స్ట్రాస్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

10. Apply Cauchy's general principle of Convergence to show that the sequence $\{a_n\}$, where

$$a_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}$$ converges.

కోషి సార్వత్రిక సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $a_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}$ చే నిర్వచించబడే $\{a_n\}$ అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని చూపండి.

11. State and prove Cauchy's n^{th} root test.

కోషి n వ మూల పరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

12. Prove that $\sum (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ is convergent for $-1 < x \le 1$.

$\sum (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ శ్రేణి $-1 < x \le 1$ అయినపుడు అభిసరిస్తుందని చూపండి.

13. If $f : \mathrm{I} = [a, b] \to \mathrm{R}$ is continuous on $[a, b]$, then prove that f is bounded on $[a, b]$ and attains its infimum & supremum.

$f : \mathrm{I} = [a, b] \to \mathrm{R}$ ప్రమేయం $[a, b]$ లో అవిచ్ఛిన్నమైతే f ప్రమేయం $[a, b]$లో పరిబద్ధం అవుతూ దాని గ.ది.హ మరియు క.ఎ.హ లను పొందుతుందని చూపండి

OR

14. Examine for continuity the function f defined by $f(x) = |x| + |x - 1|$ at $x = 0, 1$.

$x = 0, 1$ల వద్ద $f(x) = |x| + |x - 1|$గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

[P.T.O.

15. State and prove Lagrange's mean value theorem.

లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

16. Find 'C' of Cauchy's mean - value theorem for $f(x)=\sqrt{x}$ and $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ in $[a, b]$ where $0 < a < b$.

$0 < a < b$ అయిన $[a, b]$ లో $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ లకు సంబంధించిన కోషి సిద్ధాంతములోని $C \in (a, b)$ కనుక్కోండి.

7. Show that $f(x) = 3x + 1$ is integrable on $[1, 2]$ and $\int_1^2 (3x+1)dx = 1\frac{1}{2}$.

BSMAT - S401

$f(x) = 3x + 1$ ప్రమేయం $[1, 2]$ అంతరం మీద సమాకలనీయం అని చూపి $\int_1^2 (3x+1)dx = 1\frac{1}{2}$ అని నిరూపించండి.

OR

18. Prove that $\dfrac{1}{\pi} \le \int_0^1 \dfrac{\sin \pi x}{1+x^2}\, dx \le \dfrac{2}{\pi}$.

$\dfrac{1}{\pi} \le \int_0^1 \dfrac{\sin \pi x}{1+x^2}\, dx \le \dfrac{2}{\pi}$ అని చూపండి.

***

BSMAT - S401

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL - 2018
FOURTH SEMESTER (CBCS Pattern)
MATHEMATICS
Real Analysis
(w.e.f. 2015-16 Admitted Batch)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A (5 × 5 = 25)

Answer any **Five** of the following.

1. Test the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n} x^{n} \forall x>0$.

   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n} x^{n} \forall x>0$ యొక్క అభిసరణాతను పరీక్షించండి.

2. Show that $f: R \to R$ defined by $f(x)=\frac{1}{1+|x|}$ is continuous and bounded. Find its supremum and infimum.

   $f(x)=\frac{1}{1+|x|}$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము $f: R \to R$ తో అవిచ్ఛిన్నము మరియు పరిబద్ధమని చూపండి మరియు గరిష్ట దిగువ, కనిష్ట ఎగువ హద్దులను కనుగొనుము.

3. Let $\lim_{x \to a} f(x) = l$, then show that $\lim_{x \to a} |f(x)| = l$ is the converse true? Justify your answer.

దీని విపర్యయం సత్యమా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుకోండి.

4. **State and prove Cauchy's general principle of convergence of the series.**

శ్రేణి అభిసరణకు కోషి సార్వత్రిక నియమాన్ని తెల్పి నిరూపించండి.

5. If $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, prove that $\lim S_n = 0$

$S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, అయితే $\lim S_n = 0$ అని చూపుము.

6. Discuss the applicability of the Rolle's theorem for $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $a = -1$ and $b = 1$

$f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $a = -1$ మరియు $b = 1$ అనే ప్రమేయానికి రోలే సిద్ధాంతం యొక్క అనువర్తనీయతను చర్చించండి.

7. Prove that $f(x) = x^2$ is integrable on $[0, a]$ and $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.

$[0, a]$ మీద $f(x) = x^2$ సమాకలనీయమనే మరియు $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$ అని నిరూపించుము.

8. Show that $\lim_{n \to \infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{n}{n^2 + r^2} = \frac{\pi}{4}$

$\lim_{n \to \infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{n}{n^2 + r^2} = \frac{\pi}{4}$ అని చూపండి

SECTION - B (5 × 10 = 50)

Answer any **Five** of the following

9. a) State and prove Sandwich theorem or squeeze theorem.

శాండ్‌విచ్ లేక స్క్వీజ్ సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

b) Prove that $S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ is convergent.

$S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ అభిసరిస్తుందని నిరూపించండి.

OR

10. a) If $S_n > 0 \ \forall n \in Z^+$ and $\lim_{n \to \infty} S_n = l$ then show that $\lim (S_1 . S_2 . --- S_n)^{1/n} = l$.

$S_n > 0 \ \forall n \in Z^+$ మరియు $\lim_{n \to \infty} S_n = l$ అయితే $\lim (S_1 . S_2 . --- S_n)^{1/n} = l$ అని చూపండి.

b) If $\lim S_n = l$ and $\lim t_n = l'$ then show that $\lim (S_n t_n) = ll'$

$\lim S_n = l$ మరియు $\lim t_n = l'$ అయితే $\lim (S_n t_n) = ll'$ అని చూపండి.

11. State and prove D'Alembert's Test & Ratio test.

డి అలంబర్ట్ పరీక్ష లేదా నిష్పత్తి పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR

BSMAT - S401

State and establish prove that the Cauchy's n^{th} root test

Test for the convergence of $\sum ne^{-n^2}$.

కోషి n వ మూల పరీక్షను ప్రవచించి దానిని నిరూపించండి. $\sum ne^{-n^2}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

If $f : [ab] \to R$ is uniformly continuous then prove that f is continuous in $[a, b]$. Show that the converse of this theorem need not be true.

If $f : [a\,b] \to R$ ఏక రూప అవిచ్ఛిన్నం అయితే $[a, b]$లో f అవిచ్ఛిన్నమని నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతం యొక్క విపర్యయం సత్యంకానక్కర లేదని చూపండి.

OR

. Show that the function f defined by $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ for every $x > 0$ is continuous but not uniformly on R^+.

R^+ పై ప్రతి $x > 0$ కి, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ గా నిర్వచించబడిన ప్రమేయం f అవిచ్ఛిన్నమవుతుందని అయితే ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంకాదని చూపండి.

5. State and prove the Cauchy's Mean value theorem.

కోషి మధ్యమ విలువ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి దానిని నిరూపించండి.

OR

16. a) State and prove Abel's Lemma.

ఏబెల్స్ లెమ్మాను నిర్వచించి, నిరూపించుము.

b) Evaluate $\int_0^1 f$ where $f(x)=x\ \forall x\in[0,1]$ and show that f is R-integrable in [0, 1].

$f(x)=x,\ \forall x\in[0,1]$ అయిన $\int_0^1 f$ ను కనుగొని, [0, 1] పై ప్రమేయం R-సమాకలనీయమని చూపండి.

17. a) Show that $x<e^x-1<\frac{x}{1-x}$ for $x>0$ and $x\neq 1$.

$x>0$ మరియు $x\neq 1$ నకు $x<e^x-1<\frac{x}{1-x}$ అని చూపుము.

b) If $f\in R[a,b]$ then show that $|f|\in R[a,b]$.

$f\in R[a,b]$ అయితే $|f|\in R[a,b]$ అని చూపుము.

OR

State and prove Fundamental theorem of Integral calculus.

సమాకలన మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము.

***

PDF Created Using

Camera Scanner

Easily Scan documents & Generate PDF

GET IT ON Google Play

https://play.google.com/store/apps/details?id=photo.pdf.maker